7. Téma

Všeobecná schéma metódy Monte Carlo. Náhodné veličiny, definície a vlastnosti.

Stochastická metóda Monte Carlo
Metóda Monte Carlo je matematicá metóda využívaná pri počítačovej simulácii, ktorá pomocou modelovania náhodných veličín rieši matematické modely procesov, priebeh ktorých je ovplyvňovaný nedeterministickými faktormi.

Všeobecná schéma metódy:

1. Zavedenie súboru M náhodných veličín. (*Náhodná veličina* je veličina, u ktorej nepoznáme akú hodnotu nadobudne v danom konkrétnom prípade, no viem aká je množina všetkých hodnôt, ktoré môže nadobudnúť a aké sú pravdepodobnosti nadobudnutia jednotlivých hodnôt alebo súboru hodnôt z množiny všetkých možných hodnôt).

   $\xi_j, j = 1, ..., M.$

2. Stanovenie množiny hodnôt a pravdepodobností ich nadobudnutia pre každú veličinu ξ_j.

   $\xi : x \in (a, b) P_j(x) j = 1, ..., M \to \xi_j$ - hľadaná veličina.

3. Rozohranie náhodných veličín ξ_j nájdením transformačných vzťahov

   $\xi_j = f_j(\gamma) j = 1, ..., M.$

4. Mnohonásobné opakovanie náhodných pokusov a získanie najpravdepodobnejšieho chovania skúmaného systému z priedielčích výsledkov.

Náhodné veličiny
Spojité náhodné veličiny (vlastnosti):

- Možnými hodnotami spojitej náhodnej veličiny ξ sú všetky čísla z konečného alebo nekonečného intervalu

  $x \in (a, b).$

- Hustota pravdepodobnosti $p(x)$ je distribučná funkcia, ktorá každej množine hodnôt z intervalu možných hodnôt priradí pravdepodobnost, že náhodná veličina ξ:

  $\xi : x \in (a, b), p(x) \geq 0$

  túto hodnotu nadobudne. Vypočítať pravdepodobnosť na základe distribučnej funkcie umožňuje vzťah:

  $P\{\alpha \leq \xi \leq \beta\} = \int_\alpha^\beta p(x)dx.$

  Normovacia podmienka má pre spojité náhodné veličiny tvar:

  $\int_\alpha^\beta p(x)dx = 1.$

- Stredná hodnota (očakávaná hodnota) $E\{\xi\}$ charakterizuje polohu náhodnej veličiny ξ v intervale možných hodnôt s ohľadom na rozdelenie pravdepodobnosti.

  $E\{\xi\} = \int_\alpha^\beta xp(x)dx.$

- Disperzia (rozptyl) je charakteristikou variability a udáva rozptyl možných hodnôt náhodnej veličiny ξ okolo jej strednej hodnoty $E\{\xi\}$ pomocou kvadrátu rozdielu $\xi - E\{\xi\}$:

  $D\{\xi\} = E\left\{(\xi - E\{\xi\})^2\right\}.$

Diskrétne náhodné veličiny (vlastnosti):

- Náhodná veličina ξ je diskrétna, keď je definovaná:

  1. konečným počtom diskrétnych kvantitatívnych alebo kvalitatívnych hodnôt $x_i, i = 1, .., n$, t.j. takých izolovaných hodnôt, v nenulovom okolí ktorých sa nenachádza žiadna iná hodnota,
  2. zodpovedajúcimi pravdepodobnosťami dejov P_i, pri ktorých náhodná veličina ξ nadobudne hodnoty $x_i, i = 1, ..., n$:

$$\xi \equiv \begin{pmatrix} x_1, & x_2, & ..., & x_n \\ P_1, & P_2, & ..., & P_n \end{pmatrix}.$$

Zatiaľ čo hodnoty $x_1, ..., x_n$ môžu byť ľubovoľné číselné alebo kvalitatívne hodnoty, pre pravdepodobnosti $P_1, ..., P_n$ existujú dve obmedzenia:

$P\{\xi = x_i\} = P_i > 0, i = 1, ...n$
$\sum_{i=1}^{n} P_i = 1.$

- Stredná hodnota diskrétnej náhodnej veličiny je definovaná analogicky ako pri spojitej, ako vážený súčet všetkých možných hodnôt:

  $E\{\xi\} = \sum_{i=1}^{n} x_i P_i$

- Disperzia (rozptyl) je rovnaká ako pri spojitej n.v.:

  $D\{\xi\} = E\left\{(\xi - E\{\xi\})^2\right\}.$