

3. Téma

Lorentzova transformácia. Skladanie rýchlostí v nej. Existencia rýchlostnej medze pre prenos látkových objektov, interakcie a informácie z pohľadu transformácie.

Lorentzova transformácia: Transformačné vzahy, pri ktorých sa pri prechode z jednej inerciálnej sústavy do druhej, tiež inerciálnej, tvar Maxwellových rovníc zachováva, nazývame Lorentzova transformácia. Ak uvažujeme dve inerciálne sústavy S a S' vyhovujúce definícii špeciálnej konfigurácie inerciálnych sústav (viď téma 2), potom *priama Lorentzova transformácia* vyjadruje vzťahy medzi priestorovými a časovými súradnicami týchto sústav pri prechode $S \rightarrow S'$ a *inverzná Lorentzova transformácia* opisuje prechod $S' \rightarrow S$ a získa sa z priamej transformácie len zmenou znamienka pri veličine v . Ich matematické vyjadrenie má tvar:

$$\begin{aligned}x' &= \gamma(x - vt), \\y' &= y, \\z' &= z, \\t' &= \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}x\right).\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x &= \gamma(x' + vt'), \\y &= y', \\z &= z', \\t &= \gamma\left(t' + \frac{v}{c^2}x'\right).\end{aligned}$$

Činiteľ γ je opísaný rovnakým výrazom v oboch sústavách rovníc. Pre $0 \leq |v| < c$ platí:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \geq 1$$

Koeficient γ nazývaný aj *Lorentzov faktor*, závisí len od relatívnej rýchlosti v skúmaných súradnicových sústav a nie od sústav samotných. Hodnotu tohto koeficienta možno v zásade zistiť aj experimentálne, čo je výbornou previerkou správnosti predpokladov, na ktorých zakladá Einsteinova teória relativity.

Vyššie uvedené vzťahy predstavujú špeciálny zjednodušený tvar Lorentzovej transformácie. Budeme používať zjednodušený tvar lebo:

1. Všeobecný tvar transformácie, v ktorom sú vzájomné vzorky premiešané všetky štyri súradnice je zložitejší, a preto menej prehľadný.
2. Všeobecná orientácia dvoch sústav sa dá previesť pomocou translácie a rotácie na tento špeciálny prípad.
3. Aj napriek jednoduchosti špeciálneho prípadu obsahujú transformačné vzorce tohto prípadu všetky podstatné črty relativistickej teórie

Skladanie rýchlostí v Lorentzovej transformácii: Základné vzťahy pre skladanie rýchlostí v Lorentzovej transformácii vyplynú z nasledujúcich úvah. Predpokladajme, že S a S' vyhovujú definícii špeciálnej konfigurácie inerciálnych sústav (viď téma 2). Nech sa pozorovaný hmotný bod pohybuje voči sústave S' rýchlosťou $\vec{u}' \equiv [u'_x, u'_y, u'_z]$. Otázkou je, aká bude rýchlosť $\vec{u} \equiv [u_x, u_y, u_z]$ tohto hmotného bodu voči sústave S .

Ak sú splnené podmienky, že sa pod pohybuje len po osi $X \equiv X'$, $u'_x = u'$, $u'_y = u'_z = 0$, potom pozorovateľ v sústave S nameria hmotnému bodu pohybujúcemu sa voči sústave S' rýchlosťou u' rýchlosť, pre ktorú dostávame:

$$u_y = u_z, u_x = u = \frac{u' + v}{1 + \frac{v}{c^2}u'}$$

Z tohto vzťahu vyplýva, že:

1. V hraničnom prípade veľmi malých rýchlostí voči rýchlosti svetla vo vákuu prechádzajú vzorce pre skladania rýchlosti do vzorcov klasickej mechaniky vyplývajúce z Galileiho transformácie:

$$v/c \ll 1 \Rightarrow u = u' + v$$

2. Ak $u' < c$ a $v < c$ je výsledná rýchlosť $u < c$.
3. Ak pohybujúcim sa objektom nebude hmotný bod, ale svetelný signál šíriaci sa v smere osi X' rýchlosťou c a rýchlosť sústavy S' v tom istom smere osi $X' \equiv X$ voči sústave S bude $0 \leq v < c$, potom pre rýchlosť svetla zaregistrovanú pozorovateľom v sústave S dostaneme:

$$u' = c \Rightarrow u = \frac{c + v}{1 + \frac{v}{c^2}c} = c.$$

Z toho vyplýva **existencia rýchlostnej medze**, teda nemožnosť sa pohybovať väčšou rýchlosťou ako je rýchlosť svetla vo vákuu. Toto tvrdenie argumentujú:

1. Ak pripustíme skutočnosť, že rýchlosť akéhokoľvek signálu môže byť väčšia ako rýchlosť svetla vo vákuu, potom by mohlo dôjsť k porušeniu princípu kauzality (čo nie je akceptovateľné). (Princíp kauzality: Kauzálny vzťah medzi dvoma udalosťami znamená existenciu jednoznačného usporiadania týchto udalostí v čase a priestore tak, že jedna podmieňuje druhú. Následok nemôže nastať skôr ako príčina).
2. Ak pohyb jednej inerciálnej sústavy môže byť voči druhej realizovaný rýchlosťou $v > c$ nadobúda rýchlostný koeficient γ imaginárnu hodnotu. Týmto obidve sústavy prestávajú byť rovnocenné a Lorentzova transformácia stráca fyzikálny zmysel.

Fakt: Existencia rýchlostnej medze nie je len technologickou prekážkou, ale je to jedna z vlastností samotného priestoru a času.